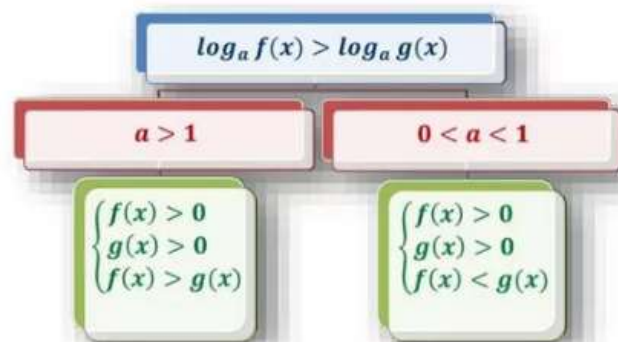


## Памятка

### Алгоритм решения логарифмических неравенств

1. Уравнять основания логарифмов.

2.



3. Решить полученную систему.

## Метод рационализации

Таблица часто встречающихся замен

№	Исходное выражение ( $F(x)$ )	Выражение после замены ( $G(x)$ )
1	$\log_{h(x)} f(x) - \log_{h(x)} g(x)$ ( $h(x) \neq 1$ )	$(h(x) - 1)(f(x) - g(x))$
2	$\log_{h(x)} f(x) - 1$ ( $h(x) \neq 1$ )	$(h(x) - 1)(f(x) - h(x))$
3	$\log_{h(x)} f(x)$ ( $h(x) \neq 1$ )	$(h(x) - 1)(f(x) - 1)$
4	$\log_{f(x)} h(x) - \log_{g(x)} h(x)$ ( $f(x) \neq 1, g(x) \neq 1$ )	$(f(x) - 1)(g(x) - 1) \times$ $\times (h(x) - 1)(g(x) - f(x))$
5	$h(x)^{p(x)} - h(x)^{q(x)}$	$(h(x) - 1)(p(x) - q(x))$
6	$h(x)^{p(x)} - 1$	$(h(x) - 1)p(x)$
7	$f(x)^{p(x)} - g(x)^{p(x)}$	$(f(x) - g(x))p(x)$
8	$ p(x)  -  q(x) $	$(p(x) - q(x)) \times$ $\times (p(x) + q(x))$
9	$\sqrt{f(x)} - \sqrt{g(x)}$ , здесь $f(x) \geq 0$ и $g(x) \geq 0$	$f(x) - g(x)$
10	$ p(x)  - \sqrt{g(x)}$ , здесь $g(x) \geq 0$	$p^2(x) - g(x)$

Жирным шрифтом выделены те замены, которые можно встретить чаще всего.

## Задания для тренировки

95. (ЕГЭ, 2017) Решите неравенство

$$\log_2^2(25 - x^2) - 7\log_2(25 - x^2) + 12 \geq 0.$$

$$\left( \frac{1}{2} \leq x \leq 1 \right) \cap \left( \frac{1}{3} \leq x \leq 1 \right) \cap \left( \frac{1}{2} \leq x \leq 1 \right)$$

94. (Санкт-Петербург, пробный ЕГЭ, 2017) Решите неравенство

$$\frac{2x^2 + 9x + 7}{\log_3(x^2 + 6x + 9)} \geq 0.$$

$$(\infty + ; 1 - ] \cap (2 - ; 8 - ) \cap (8 - ; \frac{9}{2} - ] \cap (4 - ; \infty - )$$

93. (МНОО, 2017) Решите неравенство

$$\frac{\log_2(8x) \cdot \log_3(27x)}{x^2 - |x|} \leq 0.$$

$$\left( 1 \leq \frac{8}{x} \right) \cap \left( \frac{27}{x} \leq 0 \right)$$

92. (МНОО, 2017) Решите неравенство

$$\log_{49}(x + 4) + \log_{x^2 + 8x + 16} \sqrt{7} \leq -\frac{3}{4}.$$

$$\left( \frac{1}{8} \leq \frac{4}{x} + 4 \leq 1 \right) \cap \left( \frac{1}{28} \leq 4 \leq 1 \right)$$

91. (МНОО, 2017) Решите неравенство

$$(5 - 2x) \log_{-x^2 + 4x - 3}(x - 1) \geq 0.$$

$$\left( \frac{1}{8} \leq \frac{2}{x} \right) \cap (2 \leq 1)$$

90. (ЕГЭ, 2016) Решите неравенство

$$2 \log_{(x^2 - 6x + 10)^2} (5x^2 + 3) \leq \log_{x^2 - 6x + 10} (4x^2 + 7x + 3).$$

$$[2 \leq x] \cap (x \leq 0]$$

89. (ЕГЭ, 2016) Решите неравенство

$$\log_{1-\frac{1}{(1-x)^2}} \left( \frac{x^2 + 5x + 8}{x^2 - 3x + 2} \right) \leq 0.$$

$$(\infty+;z) \cap (0;\frac{7}{8}-]$$

88. (ЕГЭ, 2016) Решите неравенство

$$\log_{\frac{x}{2}} (x^2 - 2x + 1) \geq 2.$$

$$(\infty+;z) \cap (z;1) \cap (1;\frac{5}{2}]$$

85. (ЕГЭ, 2016) Решите неравенство

$$\left(4^{x^2-x-6} - 1\right) \cdot \log_{0,25} \left(4^{x^2+2x+2} - 3\right) \leq 0.$$

$$(\infty+;8] \cap \{1-\} \cap [z-;\infty-)$$

84. (ЕГЭ, 2016) Решите неравенство

$$(5x - 13) \cdot \log_{2x-5} (x^2 - 6x + 10) \geq 0.$$

$$(\infty+;8) \cap [\frac{9}{11};\frac{7}{9})$$

83. (МИОО, 2016) Решите неравенство

$$\log_{x^2+1} (x-3)^2 \cdot \log_{x^2+1} \frac{(x-3)^2}{(x^2+1)^3} \leq -2.$$

$$[\frac{8}{7};1] \cap [z-;\infty-)$$

82. (МИОО, 2016) Решите неравенство

$$\log_{\frac{\sqrt{2}+\sqrt{13}}{5}} 4 \geq \log_{\frac{\sqrt{2}+\sqrt{13}}{5}} (5 - 2^x).$$

$$(9^{-2301};0]$$

81. (ЕГЭ, 2015) Решите неравенство

$$(\log_2^2 x - 2 \log_2 x)^2 < 11 \log_2^2 x - 22 \log_2 x - 24.$$

$$(91;8) \cap (\frac{5}{1};\frac{7}{1})$$

80. (ЕГЭ, 2015) Решите неравенство

$$\lg^4 x - 4 \lg^3 x + 5 \lg^2 x - 2 \lg x \geq 0.$$

$$(\infty + ; 00 \text{ I}] \cap \{0 \text{ I}\} \cap [\text{I} ; 0)$$

79. (ЕГЭ, 2015) Решите неравенство

$$\frac{3 \lg^2 x - 8}{\lg^2 x - 4} \geq 2.$$

$$(\infty + ; 00 \text{ I}) \cap \{\text{I}\} \cap (\frac{00 \text{ I}}{\text{I}} ; 0)$$

78. (ЕГЭ, 2015) Решите неравенство

$$\log_2^2 (4 + 3x - x^2) + 7 \log_{0,5} (4 + 3x - x^2) + 10 > 0.$$

$$(\text{I} ; 8) \cap (0 ; \text{I} -)$$

77. (МИОО, 2015) Решите неравенство

$$\frac{\log_{1-2x}((x+1)(1-4x+4x^2))}{\log_{x+1}(1-2x)} \leq -1.$$

75. (МИОО, 2015) Решите неравенство

$$\log_{x^2+x} (x^2 - 2x + 1) \leq 1.$$

$$(\infty; 1) \cap \left(1; \frac{2}{1-\sqrt{2}}\right) \cap \left[\frac{2}{1}; 0\right) \cap \left(1; \frac{2}{\sqrt{2}+1}\right)$$

74. (ЕГЭ, 2014) а) Решите уравнение:

$$\log_5(2 - x) = \log_{25} x^4.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[\log_9 \frac{1}{82}; \log_9 8\right]$ .

$$2 - (9 - 1; 2 - \frac{1}{82})$$

73. (ЕГЭ, 2014) Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} \log_{4-x}(x+4) \cdot \log_{x+5}(6-x) \leq 0, \\ 25^{x^2-2x+10} - 0,2^{2x^2-4x-80} \leq 0. \end{cases}$$

$$(-\infty; 8) \cap \{8; 4\}$$

72. (ЕГЭ, 2014) Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} 3^x + 8 \cdot 3^{-x} \geq 9, \\ 2 \log_{(x^2-4x+5)^2} (4x^2 + 1) \leq \log_{x^2-4x+5} (3x^2 + 4x + 1). \end{cases}$$

$$[4; 2) \cap (2; 8] \cap \{0\}$$

